

Perbandingan Metode GWR, MGWR, dan MGWR-SAR pada Data Persentase Penduduk Miskin di Pulau Jawa

Andina Fahriya¹, Budi Susetyo^{2*}, I Made Sumertajaya³

^{1,2,3}Jalan Raya Dramaga, Kabupaten Bogor, 16680

^{1,2,3}Departemen Statistika, IPB University, Indonesia

e-mail: budisu@apps.ipb.ac.id

Diajukan: 11 Maret 2025, Diperbaiki: 8 Mei 2025, Diterima: 17 Juni 2025

Abstrak

Tujuan utama dari *sustainable development goals* (SDGs) adalah mengakhiri kemiskinan di mana pun dalam bentuk apa pun. Kemiskinan merupakan keadaan ketidakmampuan untuk memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, tempat berlindung, pendidikan, dan kesehatan. Jumlah penduduk miskin di Indonesia sendiri mencapai 26.36 juta jiwa, di mana setengahnya berada di Pulau Jawa. Penelitian mengenai kemiskinan telah banyak dilakukan, terutama menggunakan pendekatan spasial. Regresi spasial merupakan metode statistik yang secara khusus memasukkan aspek geografis ke dalam kerangka model. Dalam regresi spasial, masalah yang akan dihadapi yaitu ketergantungan spasial dan keragaman spasial. Kedua efek ini pada dasarnya saling terkait, sehingga perlu dipertimbangkan secara bersamaan. *Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive* (MGWR-SAR) merupakan gabungan dari *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) dan *Spatial Autoregressive* (SAR), di mana MGWR-SAR mampu menangani dua permasalahan spasial sekaligus, yaitu ketergantungan spasial dan keragaman spasial. Tujuan penelitian ini adalah memperoleh metode terbaik dalam memodelkan persentase penduduk miskin di Pulau Jawa. Peubah yang digunakan meliputi PPM, BPJSPBI, PPKM, PLSMP, PPTB, BPNT, NCPR, dan IPM. Fungsi kernel dipilih berdasarkan *Cross-Validation* (CV) terkecil, yaitu *Fixed Gaussian* dengan CV sebesar 603.8268. Berdasarkan model GWR, diperoleh peubah global yaitu PPTB, BPNT, dan IPM, sedangkan sisanya peubah lokal. Diperoleh metode MGWR-SAR merupakan metode terbaik dalam memodelkan persentase penduduk miskin dengan $AIC = 448.9645$, $RMSE = 1.9075$, dan $R^2 = 75.23\%$.

Kata Kunci: Efek Spasial, GWR, Kemiskinan, MGWR, MGWR-SAR

Abstract

The primary goal of Sustainable Development Goals (SDGs) is to end poverty everywhere in all its forms. Poverty is defined as the inability to meet basic needs, such as food, clothing, shelter, education, and healthcare. In Indonesia, the poor population has reached 26.36 million people, with half of them residing on Java Island. Extensive research has been conducted on poverty, particularly using a spatial approach. Spatial regression is a statistical method that explicitly incorporates geographical aspects into a model framework. In spatial regression, two main challenges arise: spatial dependence and heterogeneity. These two effects are inherently interconnected and must be considered simultaneously. *Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive* (MGWR-SAR) is a combination of *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) and *Spatial Autoregressive* (SAR). MGWR-SAR effectively addresses both spatial dependence and spatial heterogeneity simultaneously. This study aims to determine the best method for modeling the percentage of poor population on Java. The variables used included PPM, BPJSPBI, PPKM, PLSMP, PPTB, BPNT, NCPR, and IPM. The kernel function was selected based on the smallest cross-validation (CV) value, which was a Fixed Gaussian with a CV of 603.8268. Based on the GWR model, the global variables identified were PPTB, BPNT, and IPM, whereas the

remaining variables were local. The MGWR-SAR method was found to be the best model for predicting the percentage of poor population, with an AIC = 448.9645, RMSE = 1.9075, and $R^2 = 75.23\%$.

Keywords: *Spatial Effects, GWR, Poverty, MGWR, MGWR-SAR*

1 Pendahuluan

Tujuan utama dari *Sustainable Development Goals* (SDGs) adalah mengakhiri kemiskinan di mana pun dalam bentuk apa pun, sehingga menjadikan kemiskinan sebagai salah satu tantangan terbesar yang dihadapi dunia pada abad ke-21 [1]. Kemiskinan juga merupakan permasalahan kompleks yang terjadi di setiap negara, terutama negara berkembang seperti Indonesia [2]. Tercatat tahun 2019, diperkirakan sebanyak 1.3 miliar orang di 101 negara hidup dalam kondisi kemiskinan [3].

Pengertian kemiskinan menurut Kementerian Keuangan Republik Indonesia [4] yaitu keadaan ketidakmampuan untuk memenuhi kebutuhan dasar seperti makanan, pakaian, tempat berlindung, pendidikan dan kesehatan. Kondisi kemiskinan di Indonesia masih bersifat multidimensional, dengan ketimpangan antardaerah yang signifikan, terutama antara kawasan perkotaan dan pedesaan ataupun pulau-pulau besar dan kecil [5]. Perserikatan Bangsa-Bangsa [6] mencatat bahwa Indonesia merupakan negara keempat di dunia setelah Cina, India dan Amerika Serikat dengan jumlah penduduk terbanyak di dunia. Tercatat di tahun 2022, populasi penduduk Indonesia berjumlah 275.5 juta jiwa yang mewakili 3.49% populasi penduduk dunia. Berdasarkan jumlah populasi tersebut, sebanyak 26.36 juta jiwa merupakan penduduk miskin, dan sebanyak 13.94 juta jiwa berada atau menetap di Pulau Jawa BPS [7], artinya lebih dari 50% penduduk miskin di Indonesia berada di Pulau Jawa. Hal ini terbukti di mana provinsi Jawa Timur merupakan provinsi dengan jumlah penduduk miskin tertinggi sebanyak 4.24 juta jiwa, kemudian disusul oleh Jawa Barat dengan jumlah sebanyak 4.05 juta jiwa dan Jawa Tengah dengan jumlah penduduk miskin sebanyak 3.86 juta jiwa di semester II tahun 2022.

Dalam penerapannya, penelitian yang melibatkan beberapa wilayah sekaligus umumnya menggunakan metode berbasis spasial. Regresi spasial adalah metode statistika yang secara khusus memasukkan aspek spasial atau geografis ke dalam kerangka model regresi [8]. Pada regresi spasial, terdapat permasalahan yang akan muncul antar pengamatan, yaitu ketergantungan spasial (*spatial autocorrelation*) atau keragaman spasial (*spatial heterogeneity*).

Ketergantungan spasial merupakan kondisi suatu peubah di suatu lokasi dipengaruhi oleh nilai peubah di lokasi sekitarnya. Ketergantungan spasial disebabkan oleh karakteristik yang mirip serta interaksi antarwilayah yang berdekatan (*spatial spillover*), kondisi lingkungan atau geografis yang serupa (*shared environment*), proses penyebaran fenomena secara spasial (*spatial diffusion*),

hingga kebijakan pemerintah yang diterapkan lintas wilayah [9]. Hal ini berhubungan dengan hukum pertama geografi yang menyatakan bahwa peristiwa spasial dipengaruhi oleh peristiwa di sekitarnya, dan memiliki keterkaitan yang lebih kuat dengan peristiwa-peristiwa yang berdekatan secara geografis [10].

Keragaman spasial terjadi karena kondisi data yang beragam tiap lokasi, atau dapat dikatakan bahwa peubah respon yang sama memberikan hasil yang berbeda dari satu lokasi ke lokasi lain [11]. Karakteristik ini muncul akibat perbedaan sifat atau ciri khas khusus setiap lokasi amatan. Sedangkan pada analisis regresi dengan pendekatan *Ordinary Least Squares* (OLS), nilai penduga parameter regresi diasumsikan konstan untuk setiap titik wilayah amatan (parameter global) [12]. Namun, apabila terdeteksi keragaman spasial pada parameter regresi, maka informasi yang tidak dapat ditangani oleh OLS akan dianggap sebagai galat [13]. Apabila hal ini diabaikan, maka dapat menyebabkan hasil dugaan parameter yang tidak konsisten sehingga kesimpulan model tidak valid akibat peningkatan standar error [11].

Menurut Brunson *et al.* [14] dalam Harris [15], ketergantungan dan keragaman spasial merupakan dua efek inti dari regresi spasial perlu dipertimbangkan dalam model secara bersamaan. Selain itu, menurut Geniaux dan Martinetti [16] serta Furková [17], masalah keragaman spasial dan ketergantungan spasial tidak dapat dipisahkan. *Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive* (MGWR-SAR) merupakan regresi spasial yang mengasumsikan bahwa hubungan antara peubah respon dan peubah penjelas bersifat lokal linier. Asumsi ini berguna untuk data dengan keragaman spasial, karena memungkinkan adanya hubungan yang berbeda di unit spasial yang berbeda [18].

Penelitian yang mengangkat masalah kemiskinan, terutama menggunakan pendekatan spasial telah banyak dilakukan, diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Zewdie *et al.* [19] yang memodelkan persentase penduduk miskin di Jawa tahun 2010 menggunakan pendekatan spasial ekonometrik. Dengan menggunakan kriteria AIC, diperoleh SAR dengan pembobot *Queen Contiguity* merupakan model terbaik dibandingkan model ekonometrika lainnya. Huda *et al.* [20] memodelkan persentase penduduk miskin di Indonesia bagian Timur tahun 2022 menggunakan metode GWR. Diperoleh kernel *Fixed Gaussian* menghasilkan AIC dan BIC paling optimum dibandingkan pembobot kernel lainnya. Selanjutnya Alya *et al.* [21] melakukan perbandingan metode GWR dan MGWR pada data jumlah penduduk miskin di kabupaten/kota Provinsi Jawa Tengah tahun 2023. Diperoleh MGWR menghasilkan nilai AIC, RMSE, dan R^2 yang lebih kecil dibandingkan model GWR, dengan peubah Angka Harapan Hidup dan persentase penduduk miskin merupakan peubah global, sedangkan tingkat pengangguran terbuka dan rata-rata lama sekolah merupakan peubah lokal.

Berdasarkan penjabaran yang telah dijelaskan, penelitian ini akan mengkaji perbandingan metode GWR, MGWR, dan MGWR-SAR dalam mengatasi masalah ketergantungan spasial dan keragaman spasial secara simultan menggunakan data persentase penduduk miskin di Pulau Jawa tahun 2022.

2 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, objek pengamatan yang digunakan terdiri dari 119 kabupaten/kota yang tersebar pada enam provinsi di Pulau Jawa, yaitu DKI Jakarta, Jawa Barat, Jawa Tengah, DI Yogyakarta, Jawa Timur, dan Banten. Data diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) dan Badan Pangan Nasional (Bapanas). Peubah penelitian disajikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Peubah penelitian

Peubah	Keterangan	Satuan
Y	Persentase Penduduk Miskin (PPM)	%
X_1	Persentase pengguna BPJS Penerima Bantuan Iuran (BPJSPBI)	%
X_2	Pengeluaran per kapita kelompok makanan (PPKM)	%
X_3	Persentase penduduk lulus Sekolah Menengah Pertama (PLSMP)	%
X_4	Persentase penduduk tidak bekerja (PPTB)	%
X_5	Persentase rumah tangga penerima Bantuan Pangan Non Tunai (BPNT)	%
X_6	Rasio konsumsi normatif per kapita terhadap produksi bersih (NCPR)	%
X_7	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	%

2.1 Geographically Weighted Regression (GWR)

Geographically Weighted Regression (GWR) merupakan pengembangan dari regresi linear yang memperhitungkan keragaman spasial pada data amatan di berbagai lokasi [22]. GWR mengasumsikan bahwa pengaruh peubah penjelas dapat bervariasi secara lokal di setiap titik wilayah, sehingga model yang dihasilkan lebih akurat dalam menggambarkan pola perbedaan antarwilayah [23]. Dalam metode ini, pembobot dilakukan berdasarkan jarak. Bobot akan semakin besar apabila suatu wilayah memiliki jarak yang lebih dekat dengan titik tertentu, dan sebaliknya akan berkurang apabila jaraknya semakin jauh [24]. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

dengan $\mathbf{y}$ adalah vektor peubah respon berukuran $(n \times 1)$, $\mathbf{X}$ adalah matriks peubah penjelas berukuran $(n \times k)$, $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ adalah vektor koefisien parameter peubah penjelas lokal pengamatan ke- i , dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ adalah vektor sisaan model berukuran $(n \times 1)$. Pendugaan parameter model GWR menggunakan metode *Weighted Least Squares* (WLS) dengan memberikan pembobot yang berbeda untuk setiap amatan. Berikut merupakan pendugaan parameter model GWR [25]:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}'\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{X}]^{-1}[\mathbf{X}'\mathbf{W}(u_i, v_i)\mathbf{y}] \quad (2)$$

2.2 Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR)

Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) merupakan metode yang menggabungkan antara regresi linear (global) dengan *Geographically Weighted Regression* (GWR). MGWR mempertimbangkan situasi di mana beberapa peubah penjelas berpengaruh secara global, sementara peubah lainnya berpengaruh secara lokal [26]. Model umum MGWR dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}_l \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) + \mathbf{X}_g \boldsymbol{\beta}_g + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

dengan $\mathbf{Y}$ merupakan vektor peubah respon berukuran $n \times 1$, $\mathbf{X}_l$ adalah matriks peubah penjelas lokal, $\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)$ adalah vektor koefisien parameter peubah penjelas lokal, $\mathbf{X}_g$ adalah matriks peubah penjelas global, $\boldsymbol{\beta}_g$ adalah vektor koefisien parameter peubah penjelas lokal, dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ merupakan vektor sisaan model berukuran $n \times 1$. Pendugaan parameter model MGWR dilakukan menggunakan metode yang sama dengan pendugaan parameter model GWR, yaitu *Weighted Least Squares* (WLS). Pendugaan parameter dilakukan dengan mengidentifikasi peubah global dan peubah lokal pada model MGWR, yakni sebagai berikut [27]:

1. Pendugaan parameter global

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = [\mathbf{X}_g'(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)'(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)\mathbf{X}_g]^{-1} \mathbf{X}_g'(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)'(\mathbf{I} - \mathbf{S}_l)\mathbf{y} \quad (4)$$

2. Pendugaan parameter lokal

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_l(u_i, v_i) = [\mathbf{X}_l' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}_l]^{-1} \mathbf{X}_l' \mathbf{W}(u_i, v_i) (\mathbf{y} - \mathbf{X}_g \hat{\boldsymbol{\beta}}_g) \quad (5)$$

2.3 Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive (MGWR-SAR)

Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Lag (MGWR-SAR) merupakan model yang mempertimbangkan ketergantungan spasial dan keragaman spasial secara simultan. Pada metode ini, terdapat kondisi (i_p, k_g, k_l) di mana $i_p = 0$ menyatakan *lag* yang konstan. Notasi k_g merupakan jumlah peubah yang signifikan secara global dan k_l merupakan jumlah peubah yang signifikan secara lokal. Bentuk umum model MGWR-SAR adalah sebagai berikut [16]:

$$\mathbf{Y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}_g \mathbf{X}_g + \boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i) \mathbf{X}_l + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

dengan ρ merupakan koefisien autoregresi spasial *lag*, $\mathbf{W}$ merupakan matriks pembobot spasial berukuran $n \times n$, $\boldsymbol{\beta}_g$ merupakan vektor koefisien parameter peubah penjelas global, $\mathbf{X}_g$ merupakan matriks peubah penjelas global, $\boldsymbol{\beta}_l(u_i, v_i)$ vektor koefisien parameter peubah penjelas lokal dan $\mathbf{X}_l$ adalah matriks peubah penjelas lokal. Penduga parameter model MGWR-SAR dilakukan menggunakan teknik *Spatial Two-Stage Least Square* (S2SLS). S2SLS digunakan untuk mengatasi masalah endogenitas yang muncul akibat adanya parameter *lag*-spasial [17]. Selain itu, S2SLS juga dapat digunakan untuk menduga parameter model GWR dan MGWR.

2.4 Prosedur Analisis Data

Analisis data dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak R dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Melakukan eksplorasi data untuk mengetahui karakteristik pada data persentase kemiskinan di 119 kabupaten/kota di Pulau Jawa melalui peta tematik, diagram garis, dan matriks korelasi.
2. Melakukan uji multikolinearitas. Multikolinearitas terjadi apabila terdapat hubungan yang kuat antar peubah penjelas. Pengujian dilakukan menggunakan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dengan persamaan sebagai berikut:

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (7)$$

di mana, R^2 adalah koefisien determinasi antar peubah penjelas. Nilai $VIF > 10$ menandakan terdapat masalah multikolinearitas pada peubah penjelas.

3. Membentuk matriks pembobot ketergantungan spasial menggunakan pendekatan ketetanggaan, yaitu *K-Nearest Neighbor* dengan $k = 4$. Menurut Jaya et al. [28], K-NN dihitung menggunakan jarak *Euclidean* sebagai berikut:

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (8)$$

4. Deteksi efek spasial.
 - a. Ketergantungan spasial pada *lag* menggunakan uji *Robust Lagrange Multiplier* (RLM) sebagai berikut [29]:

$$RLM_\rho = \frac{1}{D} \left[\frac{e'Wy}{\sigma^2} \right]^2 \sim \chi^2_{(1);a} \quad (9)$$

di mana,

$$D = \frac{[(W\hat{\beta})'(I - X(X'X)^{-1}X'(W\hat{\beta}))]}{\sigma^2} \text{tr}(W^2 + W'W) \quad (10)$$

- b. Keragaman spasial menggunakan uji *Breusch Pagan* sebagai berikut [29]:

Hipotesis:

$$BP = \frac{1}{2} f'Z(Z'Z)^{-1}Z'f \sim \chi^2_{(k-1);a} \quad (11)$$

dengan elemen vektor f adalah $f_i = \left(\frac{e_i^2}{\sigma^2} - 1 \right)$, $e_i = y_i - \hat{y}_i$ dan Z merupakan matriks peubah penjelas yang distandarkan berukuran $n \times (k + 1)$.

5. Melakukan pendugaan parameter model GWR, MGWR, dan MGWR-SAR.
 - a. Menghitung jarak *Euclidean* antarlokasi ke- i dan ke- j menggunakan persamaan (8).
 - b. Menghitung matriks pembobot keragaman spasial $W_{(i)}$ menggunakan persamaan fungsi kernel sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Fixed Gaussian} & \text{Fixed Bisquare} \end{array} \quad (12)$$

$$w_j(u_i, v_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^2 \right] \quad w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{h} \right)^2 \right]^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h \end{cases}$$

Adaptive Gaussian

$$w_j(u_i, v_i) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(p)}} \right)^2 \right]$$

Adaptive Bisquare

$$w_j(u_i, v_i) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{d_{ij}}{h_{i(p)}} \right)^2 \right]^2, & \text{untuk } d_{ij} \leq h_{i(p)} \\ 0, & \text{untuk } d_{ij} > h_{i(p)} \end{cases}$$

h adalah lebar jendela (*bandwidth*) yang merupakan radius lingkaran pada titik pusat lokasi- i , di mana lokasi yang berada di radius lingkaran dianggap berpengaruh terhadap dugaan parameter lokasi ke- i [30]. Nilai *bandwidth* yang optimum diperoleh menggunakan metode *Cross Validation* (CV) sebagai berikut:

$$CV = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{y}_{i \neq 1}(h)]^2 \quad (13)$$

- c. Menduga parameter GWR, MGWR, dan MGWR-SAR menggunakan persamaan (2), (3), dan (6).
- d. Menentukan peubah penjelas mana saja yang bersifat global (X_g) dan lokal (X_l) berdasarkan hasil model GWR.
- e. Melakukan uji signifikansi parameter lokal menggunakan persamaan berikut:

$$t = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\hat{\sigma} \sqrt{m_{kk}}} \sim |t_{(0.025, n-k)}| \quad (14)$$

di mana m_{kk} merupakan elemen diagonal ke- k matriks $\mathbf{M}_i \mathbf{M}_i'$, dengan $\mathbf{M}_i = [\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}]^{-1} [\mathbf{X}' \mathbf{W}(u_i, v_i)] (\mathbf{I} - \mathbf{X}_g \mathbf{G})$

- f. Melakukan uji signifikansi parameter global menggunakan persamaan berikut:

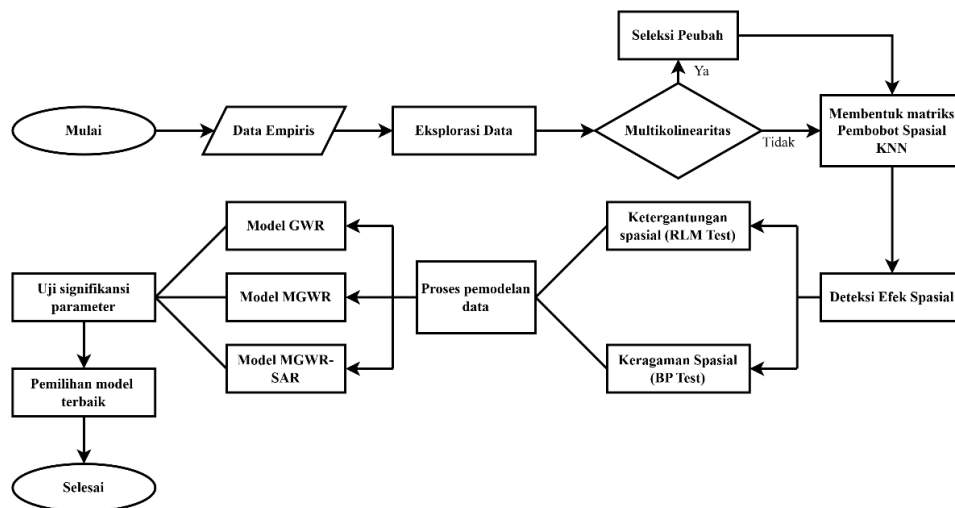
$$Wald_{\beta} = \left(\frac{b_i}{SE(b_i)} \right)^2 \sim |z_{\alpha/2}| \quad (15)$$

6. Melakukan perbandingan metode menggunakan kriteria AIC dan RMSE, dan R^2 menggunakan persamaan berikut:

$$AIC = -2 \log(L) + 2k + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (16)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-k}} \quad (17)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}; i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$



Gambar 1. Diagram alir prosedur analisis data

3 Hasil dan Pembahasan

3.1 Eksplorasi Data

Pulau Jawa merupakan pulau terluas ke-13 di dunia dengan total luas wilayah 138,793.6 km² dan jumlah penduduk mencapai 156.93 juta jiwa dari keseluruhan jumlah penduduk Indonesia sebesar 281,603.8 juta jiwa (56%). Pulau Jawa merupakan pulau dengan penduduk miskin tertinggi sebanyak 13.94 juta jiwa dari total keseluruhan penduduk miskin di Indonesia sebesar 26.36 juta jiwa. Hal ini menunjukkan bahwa lebih dari 50% penduduk miskin di Indonesia berada di Pulau Jawa. Berikut merupakan peta sebaran persentase penduduk miskin di Pulau Jawa tahun 2022.



Gambar 2. Peta sebaran persentase penduduk miskin di Pulau Jawa tahun 2022

Gambar 2 menunjukkan sebaran persentase penduduk miskin kabupaten/kota di Pulau Jawa yang berbeda-beda. Terlihat bahwa sebagian besar kabupaten/kota memiliki persentase penduduk miskin dibawah 15%. Jika diamati lebih seksama menggunakan kategori kemiskinan dari BPS, Cilegon merupakan salah satu wilayah yang termasuk dalam kategori sangat rendah, sedangkan Sampang merupakan satu-satunya daerah yang masuk dalam kategori sangat tinggi. Selain itu, karakteristik peubah juga dapat dilihat melalui diagram kota garis (*box plot*) dan matriks korelasi antar peubah, seperti yang ditunjukkan pada **Error! Reference source not found.**

Berdasarkan uji multikolinearitas yang telah dilakukan, tidak ditemukan nilai VIF yang melebihi angka 10. Hal ini menunjukkan bahwa tidak terdapat hubungan korelasi yang kuat antar peubah penjelas. Artinya, setiap pengaruh dari masing-masing peubah bebas terhadap peubah respon dapat dilihat secara terpisah dan lebih akurat.

3.2 Pengujian Efek Spasial

Pemodelan regresi spasial diawali dengan pengujian terhadap efek spasial. Pengujian dilakukan menggunakan *Robust Lagrange Multiplier* (RLM) dan uji *Breusch Pagan*. Uji RLM pada penelitian ini dilakukan menggunakan matriks pembobot *K-Nearest Neighbors*, dengan $k = 4$. Hasil uji efek spasial dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji efek spasial

Uji	Statistik	p_{value}
RLM (<i>lag</i>)	5.3326	0.020930
BP	23.284	0.001521

Berdasarkan hasil pada Tabel 3, baik uji RLM maupun uji BP menghasilkan $p_{value} < 5\%$. Hal ini menandakan bahwa terdapat ketergantungan dan keragaman spasial pada data persentase penduduk miskin di Pulau Jawa tahun 2022. Selain itu, dengan adanya ketergantungan spasial pada *lag*, maka model SAR akan dilibatkan dalam penelitian ini.

3.3 Geographically Weighted Regression

Geographically Weighted Regression (GWR) merupakan metode yang digunakan untuk mengidentifikasi keragaman spasial pada data amatan. Dalam penelitian ini, pemilihan kernel dilakukan berdasarkan nilai CV dan AIC. Fungsi kernel digunakan dalam penelitian ini, yaitu *Fixed Gaussian*, *Fixed Bisquare*, *Adaptive Gaussian*, dan *Adaptive Bisquare*. Perbandingan fungsi pembobot kernel dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Perbandingan fungsi pembobot kernel

Fungsi Pembobot Kernel	CV	AIC	Lebar Jendela
<i>Fixed Gaussian</i>	603.8268	532.5392	0.2420
<i>Fixed Bisquare</i>	608.8067	532.5491	7.1935
<i>Adaptive Gaussian</i>	607.0352	537.4541	2.1638
<i>Adaptive Bisquare</i>	622.1635	542.0308	0.5675

Berdasarkan Tabel 4, kernel *Fixed Gaussian* menghasilkan nilai terkecil dibandingkan kernel lainnya. Nilai lebar jendela menggambarkan batas jarak suatu wilayah di mana wilayah dengan jarak kurang dari 0.242 memberikan pengaruh yang lebih besar dibandingkan wilayah dengan jarak lainnya. Tabel 5 merupakan ringkasan statistik lima serangkai dari pendugaan parameter model GWR.

Tabel 5. Statistik lima serangkai dugaan parameter model GWR

Parameter	Minimum	Kuartil 1	Median	Kuartil 3	Maksimum
Konstanta	16.8587	25.8544	31.1684	36.6128	37.6606
X_1	0.0062	0.0386	0.0498	0.0523	0.0549
X_2	-0.0181	0.0366	0.1296	0.2002	0.3104
X_3	-0.0588	-0.0561	-0.0512	-0.0437	-0.0303
X_4	-0.1688	-0.1365	-0.1161	-0.0916	-0.0709
X_5	0.0362	0.0433	0.0543	0.0777	0.0886
X_6	-0.6837	-0.0229	0.0351	0.2791	0.6750
X_7	-0.3703	-0.3627	-0.3276	-0.2839	-0.2110

Nilai R^2 yang diperoleh model GWR adalah 0.7411 di mana menunjukkan bahwa 74.11% keragaman peubah respon dapat dijelaskan oleh model, sedangkan sisanya yaitu sebesar 25.89% dijelaskan oleh peubah lain di luar model. Berdasarkan Tabel 5, terlihat bahwa peubah BPJSPBI (X_1) dan BPNT (X_5) memiliki tren nilai yang positif. Peubah PPKM (X_2) dan NCPR (X_6) memiliki tren nilai yang negatif hingga positif. Peubah PLSMP (X_3) dan PPTB (X_4) memiliki tren nilai yang negatif.

Berdasarkan uji parsial ($t - test$), diperoleh peubah BPJSPBI (X_1) signifikan di 84 wilayah, PPKM (X_2) di 36 wilayah, PPTB (X_4) dan BPNT (X_5) signifikan di 98 wilayah, dan IPM (X_7) signifikan di 106 wilayah. Sementara itu, peubah PLSMP (X_3) dan NCPR (X_6) tidak signifikan di wilayah mana pun. Menurut [13], apabila suatu peubah signifikan di 70% wilayah amatan, maka peubah tersebut dianggap sebagai peubah global. Oleh karena itu, diputuskan bahwa PPTB (X_4), BPNT (X_5), dan IPM (X_7) merupakan peubah global, sedangkan peubah lainnya adalah peubah lokal. Berikut merupakan salah satu model GWR pada data persentase penduduk miskin di Kabupaten Trenggalek tahun 2022, yaitu:

$$\hat{y} = 25.695 + 0.045X_1 + 0.19X_2^* - 0.043X_3 - 0.136X_4^* + 0.044X_5^* - 0.08X_6 - 0.282X_7^*$$

*Signifikan pada taraf nyata 5%

Model di atas menjelaskan bahwa persentase pengeluaran per kapita kelompok makanan (PPKM) dan persentase rumah tangga penerima Bantuan Pangan Non Tunai (BPNT) berpengaruh secara positif terhadap persentase penduduk miskin, sedangkan persentase penduduk tidak bekerja (PPTB) dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) berpengaruh secara negatif terhadap persentase penduduk miskin. Peubah persentase pengguna BPJS Penerima Bantuan Iuran (BPJSPBI), persentase penduduk lulus Sekolah Menengah Pertama (PLSMP), dan rasio konsumsi normatif

per kapita terhadap produksi bersih (NCPR) tidak memiliki pengaruh terhadap persentase penduduk miskin.

3.4 Mixed Geographically Weighted Regression

Mixed Geographically Weighted Regression (MGWR) merupakan metode yang menggabungkan regresi linear dan GWR. Berdasarkan hasil uji signifikansi parameter model GWR, diperoleh bahwa PPTB (X_4) dan BPNT (X_5) signifikan di 98 wilayah, dan IPM (X_7) signifikan di 106 wilayah. Maka dari itu, diputuskan bahwa peubah tersebut merupakan peubah global, sedangkan peubah lainnya merupakan peubah lokal. Dengan menggunakan fungsi kernel yang sama, yaitu *Fixed Gaussian*, diperoleh dugaan parameter model MGWR yang tersaji pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Dugaan parameter model MGWR

Peubah	Lokal					Global
	Minimum	Kuartil 1	Median	Kuartil 3	Maksimum	
Konstanta	24.2695	27.3814	28.7980	31.0512	33.5464	-
X_1	-0.0016	0.0322	0.0494	0.0535	0.0582	-
X_2	0.0017	0.0766	0.1419	0.1821	0.2569	-
X_3	-0.0546	-0.0508	-0.0463	-0.0392	-0.0259	-
X_4	-	-	-	-	-	-0.1078
X_5	-	-	-	-	-	0.0577
X_6	-0.6606	-0.0450	0.0395	0.2699	0.6719	-
X_7	-	-	-	-	-	-0.3105

Nilai R^2 yang diperoleh model MGWR adalah 0.7304 di mana menunjukkan bahwa 73.04% keragaman peubah respon dapat dijelaskan oleh model, sedangkan sisanya yaitu sebesar 26.96% dijelaskan oleh peubah lain di luar model. Berdasarkan Tabel 6, terlihat bahwa peubah PPKM (X_2) memiliki tren nilai yang positif, peubah BPJSPBI (X_1) dan NCPR (X_6) memiliki tren nilai yang negatif hingga positif, peubah PLSMP (X_3) memiliki tren nilai yang negatif. Sedangkan untuk peubah global, yaitu PPTB (X_4) dan IPM (X_7) bernilai negatif, dan BPNT (X_5) bernilai positif di seluruh wilayah amatan.

Berdasarkan uji parsial ($t - test$), diperoleh peubah BPJSPBI (X_1) signifikan di 84 wilayah, PPKM (X_2) di 36 wilayah, PPTB (X_4) dan PPBPNT (X_5) signifikan di 98 wilayah, dan IPM (X_7) signifikan di 106 wilayah. Sementara itu, peubah PLSMP (X_3) dan NCPR (X_6) tidak signifikan di wilayah mana pun. Oleh karena itu, diputuskan bahwa PPTB (X_4), BPNT (X_5), dan IPM (X_7) merupakan peubah global, sedangkan peubah lainnya adalah peubah lokal.

$$\hat{y} = 27.436 + 0.038X_1 + 0.173X_2^* - 0.047X_3 - 0.108X_4^* + 0.058X_5^* + 0.04X_6 - 0.311X_7^*$$

*Signifikan pada taraf nyata 5%

Model di atas menjelaskan bahwa persentase pengeluaran per kapita kelompok makanan (PPKM) dan persentase rumah tangga penerima Bantuan Pangan Non Tunai (BPNT) berpengaruh secara positif terhadap persentase penduduk miskin, sedangkan persentase penduduk tidak bekerja (PPTB) dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) berpengaruh secara negatif terhadap persentase penduduk miskin. Peubah persentase pengguna BPJS Penerima Bantuan Iuran (BPJSPBI), persentase penduduk lulus Sekolah Menengah Pertama (PLSMP), dan rasio konsumsi normatif per kapita terhadap produksi bersih (NCPR) tidak memiliki pengaruh terhadap persentase penduduk miskin.

3.5 Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive

Mixed Geographically Weighted Regression with Spatial Autoregressive (MGWR-SAR) merupakan metode yang menggabungkan MGWR dan SAR. Hal ini memungkinkan MGWR-SAR dalam mengatasi ketergantungan spasial dan keragaman spasial secara bersamaan. Matriks pembobot pada unsur ketergantungan spasial menggunakan k -NN, dengan $k = 4$, sedangkan matriks keragaman spasial yang digunakan sama seperti metode sebelumnya, yaitu *Fixed Gaussian*. Peubah lokal dan global yang digunakan pada metode ini sama seperti metode MGWR. Hasil dugaan parameter model MGWR-SAR dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Dugaan parameter model MGWR-SAR

Peubah	Lokal					Global
	Minimum	Kuartil 1	Median	Kuartil 3	Maksimum	
Konstanta	18.5379	22.1981	24.0047	27.3605	30.1688	-
X_1	0.0031	0.0307	0.0460	0.0495	0.0538	-
X_2	-0.0153	0.0576	0.1358	0.1786	0.2455	-
X_3	-0.0493	-0.0464	-0.0414	-0.0350	-0.0115	-
X_4	-	-	-	-	-	-0.0823
X_5	-	-	-	-	-	0.0500
X_6	-0.3932	0.0898	0.1831	0.4853	0.8584	-
X_7	-	-	-	-	-	-0.2898
ρ	-	-	-	-	-	0.2661

Nilai R^2 yang diperoleh model MGWR-SAR adalah 0.7523 di mana menunjukkan bahwa 75.23% keragaman peubah respon dapat dijelaskan oleh model, sedangkan sisanya yaitu sebesar 24.77% dijelaskan oleh peubah lain di luar model. Berdasarkan Tabel 7, terlihat bahwa peubah BPJSPBI (X_1), PPKM (X_2), dan NCPR (X_6) memiliki tren nilai yang negatif hingga positif. Peubah PLSMP (X_3) memiliki tren nilai yang negatif, sedangkan untuk peubah global, yaitu PPTB (X_4) dan IPM (X_7) bernilai negatif, kemudian BPNT (X_5) dan parameter ketergantungan spasial (ρ) bernilai positif di seluruh wilayah amatan.

Berdasarkan uji parsial (t -test), diperoleh peubah BPJSPBI (X_1) signifikan di 79 wilayah, PPKM (X_2) di 85 wilayah, PLSMP (X_3) di 22 wilayah, dan NCPR (X_6) di 25 wilayah.

Berikut merupakan salah satu model MGWR-SAR pada data persentase penduduk miskin di Kabupaten Trenggalek tahun 2022, yaitu:

$$\hat{y} = 0.266\mathbf{W}_{ij}y_j^* + 27.436 + 0.037X_1 + 0.17X_2^* - 0.038X_3 - 0.082X_4^* + 0.05X_5^* + 0.16X_6 - 0.289X_7^*$$

*Signifikan pada taraf nyata 5%

Model di atas menunjukkan nilai ρ sebesar 0.266, artinya persentase penduduk miskin disuatu wilayah dipengaruhi oleh wilayah sekitarnya sebesar 0.266 kali. Kemudian persentase pengeluaran per kapita kelompok makanan (PPKM) dan persentase rumah tangga penerima Bantuan Pangan Non Tunai (BPNT) berpengaruh secara positif terhadap persentase penduduk miskin, sedangkan persentase penduduk tidak bekerja (PPTB) dan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) berpengaruh secara negatif terhadap persentase penduduk miskin. Peubah persentase pengguna BPJS Penerima Bantuan Iuran (BPJSPBI), persentase penduduk lulus Sekolah Menengah Pertama (PLSMP), dan rasio konsumsi normatif per kapita terhadap produksi bersih (NCPR) tidak berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin.

3.6 Perbandingan Kebaikan Model

Perbandingan kebaikan model dilakukan untuk mengidentifikasi model yang paling optimal berdasarkan kriteria evaluasi yang telah ditetapkan. Dalam penelitian ini, kriteria evaluasi yang digunakan yaitu *Akaike Information Criterion* (AIC), *Root Mean Square Error* (RMSE), dan koefisien determinasi (R^2) yang tersaji pada Tabel 8.

Tabel 8. Kriteria Kebaikan Model

Model	AIC	RMSE	R^2
GWR	454.2216	1.9312	0.7411
MGWR	450.2326	1.9708	0.7304
MGWR-SAR	448.9645	1.9075	0.7523

Berdasarkan nilai-nilai pada Tabel 8, terlihat bahwa MGWR-SAR menghasilkan AIC dan RMSE terkecil dibandingkan model lainnya, yaitu 448.9645 dan 1.9075. Selain itu, MGWR-SAR juga menghasilkan nilai R^2 tertinggi, yaitu sebesar 0.7523 atau 75.23%. Menurut Hair Jr *et al.* [32], nilai $R^2 \geq 0.75$ dikategorikan sebagai model yang sangat kuat dalam menunjukkan hubungan antara peubah penjelas dan peubah respon.

4 Simpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, terdapat ketergantungan spasial dan heterogenitas pada data persentase penduduk miskin di Pulau Jawa tahun 2022. Melalui model GWR menggunakan kernel *Fixed Gaussian*, diperoleh peubah PPTB (X_4), BPNT (X_5), dan IPM (X_7) teridentifikasi sebagai peubah global. Kemudian dari seluruh model yang diuji, MGWR-SAR

ditetapkan sebagai model terbaik. Berdasarkan kriteria kebaikan model, MGWR-SAR menghasilkan AIC sebesar 448.9645, RMSE sebesar 1.9075, dan R^2 sebesar 75.23%.

Hasil pemodelan MGWR-SAR menunjukkan bahwa hubungan antara peubah yang memengaruhi kemiskinan bervariasi secara spasial di berbagai wilayah di Pulau Jawa. Oleh karena itu, kebijakan pengentasan kemiskinan perlu disesuaikan berdasarkan kondisi spesifik di setiap kabupaten atau kota. Ketergantungan spasial juga menunjukkan bahwa faktor-faktor kemiskinan di suatu wilayah dapat memengaruhi wilayah sekitarnya. Oleh karena itu, diperlukan kerja sama antarwilayah dalam merumuskan kebijakan untuk mengatasi masalah kemiskinan, terutama di wilayah yang saling terhubung secara geografis.

5 Daftar Pustaka

- [1] [UN] United Nations, *Transforming Our World: The 2030 Agenda for Sustainable Development*. New York: UN, 2015.
- [2] Murdiyana and Mulyana, “Analisis Kebijakan pengentasan kemiskinan di Indonesia,” *J. Polit. Pemerintah.*, vol. 10, no. 1, pp. 73–96, 2017.
- [3] B. Gweshengwe, N. H. Hassan, and X. Duan, “Defining the characteristics of poverty and their implications for poverty analysis,” *Cogent Soc. Sci.*, vol. 6, no. 1, pp. 1–10, 2020, doi: 10.1080/23311886.2020.1768669.
- [4] [Kemenkeu] Kementerian Keuangan Republik Indonesia, “Kemiskinan Makro dan Kemiskinan Mikro [internet],” *Kementerian Keuangan Republik Indonesia*, 2023. <https://djpb.kemenkeu.go.id/kppn/lubuksikaping/id/data-publikasi/artikel/3155-kemiskinan-makro-dan-kemiskinan-mikro.html> (accessed Jun. 10, 2024).
- [5] A. Nugroho, H. Amir, I. Maududy, and I. Marlina, “Poverty eradication programs in Indonesia: progress, challenges and reforms,” *J. Policy Model.*, vol. 43, no. 6, pp. 1204–1224, 2021, doi: 10.1016/j.jpolmod.2021.05.002.
- [6] [UN] United Nations, *World Population Prospects 2022*. New York: UN, 2022.
- [7] [BPS] Badan Pusat Statistik, *Data dan Informasi Kemiskinan Kabupaten/Kota Tahun 2023*. Jakarta: (ID):BPS, 2023.
- [8] R. J. G. M. Florax and P. Nijkamp, *Misspecification in Linear Spatial Regression Models*. Amsterdam: Tinbergen Institute, 2003.
- [9] J. LeSage and R. K. Pace, *Introduction to Spatial Econometrics*. New York: Chapman and Hall/CRC, 2009.
- [10] M. Liu, Y. Ge, S. Hu, and H. Hao, “The spatial effects of regional poverty: spatial

- dependence, spatial heterogeneity and scale effects,” *ISPRS Int. J. Geo-Information*, vol. 12, no. 12, p. 501, 2023, doi: 10.3390/ijgi12120501.
- [11] D. O. Mahara and A. Fauzan, “Impacts of human development index and percentage of total population on poverty using ols and gwr models in central java, indonesia,” *EKSAKTA J. Sci. Data Anal.*, vol. 2, no. 2, pp. 142–154, 2021.
- [12] D. C. Wheeler, “Geographically weighted regression,” in *Handbook of regional science*, Berlin: Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2021, pp. 1895–1921.
- [13] A. H. Asianingrum, A. Djuraidah, and Indahwati, “Robust mixed geographically and temporally weighted regression to modeling the percentage of poverty population in java in 2012-2018,” *Int. J. Sci. Basic Appl. Res.*, vol. 53, no. 2, pp. 186–197, 2020.
- [14] C. Brunsdon, A. S. Fotheringham, and M. Charlton, “Spatial nonstationarity and autoregressive models,” *Environ. Plan. A Econ. Sp.*, vol. 30, no. 6, pp. 957–973, 1998, doi: 10.1068/a300957.
- [15] P. Harris, “A simulation study on specifying a regression model for spatial data: choosing between autocorrelation and heterogeneity effects,” *Geogr. Anal.*, vol. 51, no. 2, pp. 151–181, 2019, doi: 10.1111/gean.12163.
- [16] G. Geniaux and D. Martinetti, “A new method for dealing simultaneously with spatial autocorrelation and spatial heterogeneity in regression models,” *Reg. Sci. Urban Econ.*, vol. 72, pp. 74–85, 2018, doi: 10.1016/j.regsciurbeco.2017.04.001.
- [17] A. Furková, “Implementation of MGWR-SAR models for investigating a local particularity of European Regional innovation processes,” *Cent. Eur. J. Oper. Res.*, vol. 30, no. 2, pp. 733–755, 2022, doi: 10.1007/s10100-021-00764-3.
- [18] M. Jaya, B. N. Ruchjana, B. Tantular, and Z. Hanif, “Simulation and application of the spatial autoregressive geographically weighted regression model (SAR-GWR),” *ARPN J. Eng. Appl. Sci.*, vol. 13, no. 1, pp. 1–9, 2018.
- [19] M. A. Zewdie, M. N. Aidi, and B. Sartono, “Spatial econometric model of poverty in java island,” *Am. J. Theor. Appl. Stat.*, vol. 4, no. 6, pp. 420–425, 2015, doi: 10.11648/j.ajtas.20150406.11.
- [20] A. C. Huda, A. Az-Zahra, F. P. Yasmin, I. W. K. Ningrum, W. S. Putra, and Budiasih, “Analisis regresi spasial persentase kemiskinan di kawasan timur Indonesia tahun 2022,” in *Seminar Nasional Official Statistic*, 2023, pp. 747–756. doi: 10.34123/semnasoffstat.v2023i1.1792.
- [21] N. A. Alya, Q. Almaulidiyah, B. R. Farouk, D. Rantini, A. Ramadan, and F. Othman, “Comparison of geographically weighted regression (GWR) and mixed geographically

-
- weighted regression (MGWR) models on the poverty levels in Central Java in 2023,” *IAENG Int. J. Appl. Math.*, vol. 54, no. 12, pp. 2746–2757, 2024.
- [22] J. Liu *et al.*, “A mixed geographically and temporally weighted regression: exploring spatial-temporal variations from global and local perspectives,” *Entropy*, vol. 19, no. 53, pp. 1–20, 2017, doi: 10.3390/e19020053.
- [23] H. Yasin, “Pemilihan variabel pada model geographically weighted regression,” *Media Stat.*, vol. 4, no. 2, pp. 63–72, 2011, doi: 10.14710/medstat.4.2.63-72.
- [24] A. Baldassarre, D. Carullo, P. Di Caro, E. Fusco, P. Giacobbe, and C. Orecchia, “Bilateral regional trade flows in Italy: an origin-destination-commodity GWR-SAR approach,” 2023.
- [25] A. Djuraidah, *Monograph Penerapan dan Pengembangan Regresi Spasial dengan Studi Kasus pada Kesehatan*, 1st ed. Bogor: Sosial dan Ekonomi, 2020.
- [26] Suritman, Raupong, and A. Kalondeng, “Pemodelan mixed geographically weighted regression yang mengandung multikolinearitas dengan regresi ridge,” *Estimasi J. Stat. Its Appl.*, vol. 4, no. 1, pp. 100–113, 2023, doi: 10.20956/ejsa.vi.25426.
- [27] D. Kusnandar, N. N. Debataraaja, and S. Fitriani, “Pemodelan sebaran total dissolved solid menggunakan metode mixed geographically weighted regression,” *J. Apl. Stat. Komputasi Stat.*, vol. 13, no. 1, pp. 9–16, 2021.
- [28] I. G. N. M. Jaya, B. Tantular, and Zulhanif, “Optimalisasi Matriks Bobot Spasial Berdasarkan K-Nearest Neighbor dalam Spasial Lag Model,” in *Konferensi Nasional Penelitian Matematika dan Pembelajarannya II (KNPMPPII) Universitas Muhammadiyah Surakarta 18 Maret 2017*, Bandung: Departemen Statistika FMIPA UNPAD, 2017.
- [29] L. Anselin, *Spatial Econometrics: Methods and Models*, 1st ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1988.
- [30] C. P. S. Purnamasari and Y. Widyaningsih, “Perbandingan performa bandwidth CV, AICc, dan BIC pada model geographically weighted regression (aplikasi pada data pengangguran di Pulau Jawa),” *INFERENSI*, no. Special Issue: Seminar Nasional Statistika XI 2022, pp. 71–83, 2022, doi: 10.12962/j27213862.v1i1.19130.
- [31] P. Newbold, W. Carlson, W. L. Carlson, and B. Thorne, *Statistics for Business and Economics, Global Edition*, 9th ed. London: Pearson Education, 2019.
- [32] J. F. Hair Jr, W. C. Black, B. J. Babin, and R. E. Anderson, *Multivariate Data Analysis*, 8th ed. United Kingdom: Hampshire : Cengage Learning EMEA, 2019.