

Model Epidemi SIR (*Susceptible-Infected-Removed*) pada Penyebaran Penyakit HIV/AIDS di Provinsi Sumatera Utara

Miranda Olivia¹, Fitra Muliani², Ulya Nabilla^{3*}

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Samudra, Kota Langsa, Provinsi Aceh, Indonesia
email: ulya.nabilla@unsam.ac.id

Diajukan: 21 Juni 2023, Diperbaiki: 24 Nopember 2024, Diterima: 6 Maret 2026

Abstrak

Human Immunodeficiency Virus (HIV) adalah virus yang menyerang sistem kekebalan tubuh, terutama sel-sel darah putih. HIV berkembang menjadi *Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS)* jika tidak mendapatkan pengobatan yang efektif. Umumnya, penderita penyakit ini mengalami beberapa gejala seperti demam, menggigil, ruam, nyeri otot, sakit tenggorokan, serta kelelahan. HIV/AIDS dapat menyebabkan berbagai komplikasi serius, seperti penyakit jantung, gangguan saraf, dan masalah pada sistem pencernaan, bahkan kematian. Sumatera Utara berada di urutan kelima secara nasional untuk penderita HIV/AIDS. Pemodelan matematika dalam penyebaran HIV/AIDS bertujuan untuk menganalisis titik ekuilibrium, menganalisis laju penyebaran HIV/AIDS, dan memproyeksikan jumlah kasus di masa yang akan datang. Model ini melibatkan tiga variabel, yaitu *Susceptible (S)*, *Infected (I)*, dan *Recovered (R)*. Data yang digunakan bersumber dari Dinas Kesehatan Sumatera Utara dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Utara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa titik ekuilibrium endemik bersifat stabil. Laju penularan adalah 0,000129/hari. Dengan menggunakan *Next Generation Matrix (NGM)*, diperoleh nilai *basic reproduction number (R₀)* adalah 28,981. Hal ini berarti bahwa penyakit akan menjadi endemik dalam jangka waktu yang panjang.

Kata Kunci: HIV/AIDS, SIR, Ekuilibrium, *Basic Reproduction Number*

Abstract

Human Immunodeficiency Virus (HIV) is a virus that attacks the immune system, especially the white blood cells. HIV progresses to *Acquired Immunodeficiency Syndrome (AIDS)* if not treated effectively. Generally, people with this disease have several symptoms such as fever, chills, rash, muscle pain, sore throat, and fatigue. HIV/AIDS can cause serious complications, such as heart disease, nervous disorders, and problems with the digestive system, even death. North Sumatra ranks fifth nationally for HIV/AIDS sufferers. Mathematical modeling in the spread of HIV/AIDS aims to analyze the equilibrium point, analyze the rate of spread of HIV/AIDS, and project the number of cases in the future. This model involves three variables, namely *Susceptible (S)*, *Infected (I)*, and *Recovered (R)*. The research data were obtained from Dinas Kesehatan Sumatera Utara dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Utara. The results showed that the equilibrium point is stable. The transmission rate is 0.000129/day. By using *Next Generation Matrix (NGM)*, the *basic reproduction number (R₀)* is 28.981. It means that the disease will become endemic over a long period of time.

Keywords HIV/AIDS, SIR, Ekuilibrium, *Basic Reproduction Number*

1 Pendahuluan

Human Immunodeficiency Virus (HIV) merupakan virus yang menyerang sistem imun pada tubuh manusia. [1]. HIV tersebar diseluruh negara sehingga menjadi salah satu fokus

permasalahan kesehatan global, termasuk di Indonesia. Jumlah kasus HIV/AIDS di Indonesia terus mengalami peningkatan dalam beberapa tahun terakhir. Menurut [2] hingga tahun 2021, penderita HIV di Indonesia mencapai 456.453 orang. [3] menambahkan, kasus baru penderita HIV di Provinsi Sumatera Utara pada tahun 2020 mencapai 1.718 orang.

[4] menyatakan HIV merusak sel-sel darah putih sehingga dapat menurunkan kekebalan tubuh manusia. HIV dapat berkembang menjadi *Acquired Immunodeficiency Syndrome* (AIDS) jika tidak mendapatkan pengobatan yang efektif. Penularan virus ini melalui penggunaan alat kontrasepsi, pendonoran darah, penggunaan Narkotika, Psikotropika dan Zat Adiktif (NAPZA) [5]. Menambahkan [6] penularan dapat terjadi karena kontak ke pasangan seksual. Virus ini dapat masuk ke dalam tubuh melalui dua jalur utama, yaitu cairan kelamin dan darah. Oleh karena itu, faktor risiko penularan HIV/AIDS berkaitan dengan kedua jalur tersebut, seperti aktivitas berganti-ganti pasangan seksual, penggunaan jarum suntik secara bersama-sama, serta penularan dari ibu hamil dan menyusui yang terinfeksi HIV/AIDS.

Pada tahun 2016 jumlah kasus HIV di Sumatera Utara berjumlah 1.352 kasus dan 392 kasus AIDS, pada tahun 2017 kasus HIV meningkat menjadi 2.205 kasus dan jumlah penderita AIDS mengalami penurunan menjadi 127 kasus, namun pada tahun 2018 kasus HIV menurun menjadi 1.498 kasus dan kasus AIDS meningkat menjadi 881 kasus. Banyaknya kasus HIV/AIDS di Sumatera Utara menunjukkan penyebaran HIV/AIDS berkembang begitu pesat dalam kalangan masyarakat.

[7] Pemodelan matematika digunakan untuk menggambarkan transmisi penyebaran suatu penyakit. Pemodelan matematika dalam penyebaran HIV/AIDS bertujuan untuk menganalisis titik ekuilibrium, menganalisis laju penyebaran HIV/AIDS, dan memproyeksikan jumlah kasus di masa yang akan datang. Model ini melibatkan tiga variabel, yaitu *Susceptible* (S), *Infected* (I), dan *Recovered* (R). *Susceptible* atau subpopulasi yang rentan terhadap penyakit, *infected* atau subpopulasi individu yang telah terinfeksi penyakit dan bisa menularkan penyakit dan *removed* adalah subpopulasi yang telah mati akibat perkembangan HIV [8].

Penelitian [9] menemukan *basic reproduction number* dari penyebaran HIV/AIDS di Provinsi Jawa Timur adalah 27,985. Hal ini menunjukkan bahwa penyebaran penyakit cenderung menuju endemik. Selanjutnya penelitian [10] menunjukkan bahwa penyebaran penyakit HIV/AIDS jika diberikan ART *Treatment* dan edukasi memiliki $R_0 < 1$, artinya penyakit akan menghilang pada populasi. Lebih lanjut [11] menyimpulkan dalam hasil penelitiannya bahwa $R_0 < 1$, sehingga virus akhirnya akan tereliminasi. Pengobatan dengan *Reverse Transcript Inhibitor* (RTI) secara signifikan lebih efektif dalam menekan perkembangan infeksi HIV-1 dibandingkan *Protease Inhibitor* (PI), terutama pada tahap awal infeksi.

2 Metode Penelitian

Data penelitian diperoleh dari Dinas Kesehatan Sumatera Utara dan Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sumatera Utara. Data yang digunakan yaitu manusia yang terkonfirmasi positif HIV/AIDS, manusia yang mengalami kematian akibat HIV/AIDS dan jumlah penduduk di Provinsi Sumatera Utara. Semua data tersebut merupakan data pada tahun 2021.

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah sebuah persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel tak bebas terhadap satu atau lebih variabel bebas. Bentuk umum sistem persamaan tersebut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= g_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= g_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

dengan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel bebas dan t adalah variabel terikat, sehingga $x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$ maka $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan turunan fungsi x_n terhadap t , dan g adalah fungsi yang tergantung pada variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t [12].

2.2 Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium adalah titik kesetimbangan yang bersifat tetap dan tidak mengalami perubahan seiring waktu [13]. Lebih lanjut [14] menambahkan titik kesetimbangan diperoleh pada saat sistem berada pada keadaan setimbang. Dalam sistem, terdapat dua jenis titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemi. Titik kesetimbangan bebas penyakit menunjukkan kondisi di mana tidak ada individu yang terinfeksi dalam populasi, sehingga seluruh individu berada dalam kompartemen *susceptible* atau sembuh *removed*, serta penyakit berpotensi hilang sepenuhnya dari populasi. Sedangkan titik kesetimbangan endemik menggambarkan situasi di mana penyakit tetap bertahan dalam populasi dengan jumlah kasus yang stabil dari waktu ke waktu.

Definisi 1

Titik kesetimbangan $\bar{x} \in R^n$ pada sistem berlaku:

1. Jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta$ berlaku $\|x(t) - \bar{x}\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \geq t_0$ maka $\bar{x} \in R^n$ stabil lokal.

2. Jika titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ stabil dan terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian hingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - \bar{x}\| < \delta_0$ berlaku $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$ maka $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ stabil asimtotik lokal.
3. Jika titik kesetimbangan $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ tidak memenuhi poin 1 maka $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ tidak stabil.

Analisis kestabilan dapat dilakukan melalui proses pelinieran. Untuk mendapatkan hasil pelinieran dari sistem persamaan diferensial non-linear, digunakan Matriks Jacobi. [15] menyatakan proses linierisasi dilakukan di sekitar titik kesetimbangan.

Definisi 2

Sistem linear $\dot{x} = Jf(\bar{x})(x - \bar{x})$ dikatakan linearisasi sistem non-linear $\dot{x} = fx$ disekitar titik \bar{x} [16].

Penentuan kestabilan titik ekuilibrium didapat dengan melihat nilai eigen dari hasil Matriks Jacobi. [17] menyatakan matriks Jacobi merupakan matriks dengan fungsi f_1, f_2, \dots, f_n dimana $\frac{\partial f_i(\xi)}{\partial x_j}$ adalah entri matriks pada titik kritis ξ . Ini merupakan turunan parsial pertama dari $f_i(\xi)$ terhadap variabel x_j , $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq n$, pada titik $\xi \in \mathbb{R}^n$.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(\xi)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\xi)}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\xi)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\xi)}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Secara umum kestabilan titik ekuilibrium mempunyai perilaku yaitu stabil asimtotik dan tidak stabil. Titik ekuilibrium dikatakan stabil asimtotik jika semua nilai eigen real bernilai negatif ($\lambda_i < 0$) dan bagian real dari setiap nilai eigen kompleks bernilai kurang dari atau sama dengan nol ($\text{Re}(\lambda_i) < 0$). Sebaliknya, titik ekuilibrium disebut tidak stabil apabila semua nilai eigen real bernilai positif ($\lambda_i > 0$) dan bagian real dari setiap nilai eigen kompleks bernilai lebih besar dari nol ($\text{Re}(\lambda_i) > 0$).

2.3 Basic reproduction number (R_0)

Basic reproduction number (R_0) merupakan suatu ukuran dalam epidemiologi yang menggambarkan jumlah rata-rata individu yang dapat terinfeksi oleh satu individu yang *infected* dalam populasi [18]. Tingkat penyebaran penyakit menular di suatu wilayah dapat diukur dengan menggunakan *basic reproduction number* [19].

- 1) Jika $R_0 < 1$, maka kelompok individu terinfeksi akan berkurang dan penyakit tidak menjadi wabah.
- 2) Jika $R_0 > 1$, maka kelompok individu terinfeksi akan bertambah dan penyakit akan menjadi wabah [20].

3 Hasil dan Pembahasan

3.1 Asumsi Variabel Model SIR

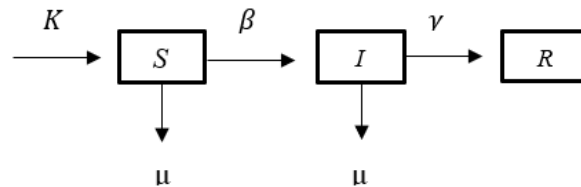
Pada model penyebaran penyakit HIV/AIDS populasi manusia dibagi menjadi tiga subpopulasi yaitu, subpopulasi *susceptibles* (S) yaitu individu yang belum terinfeksi HIV/AIDS dan berpotensi terjangkit penyakit HIV/AIDS; subpopulasi *infected* (I) yaitu individu rentan yang sudah terinfeksi penyakit HIV/AIDS dan subpopulasi yang *removed* (R) yaitu individu yang sudah terinfeksi dan mengalami kematian akibat HIV/AIDS.

Asumsi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Penyakit yang diteliti merupakan penyakit menular
2. Setiap penduduk di Provinsi Sumatera Utara rentan terinfeksi penyakit HIV/AIDS
3. Individu yang menjalani pengobatan tidak mengalami kesembuhan, hanya meringankan penyakit
4. Populasi konstan, dengan $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ Jumlah populasi dalam waktu t sama dengan jumlah individu rentan, terinfeksi dan mati.

3.2 Model SIR

Transmisi penyakit digambarkan seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram populasi model SIR untuk penyebaran penyakit HIV/AIDS.

Berdasarkan diagram tersebut terdapat sistem persamaan yang digunakan adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= K - \beta IS - \mu S \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS - \gamma I - \mu I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I\end{aligned}\tag{3}$$

Variabel dan parameter yang digunakan seperti pada tabel 1.

Tabel 1. Daftar Variabel

Variabel	Keterangan
S(t)	Populasi individu yang sehat dan dapat terinfeksi HIV/AIDS pada waktu t
I(t)	Populasi individu yang sudah terinfeksi HIV/AIDS pada waktu t

Variabel	Keterangan
R(t)	Populasi individu yang mati akibat HIV/AIDS pada waktu t
N(t)	Jumlah populasi pada waktu t dimana $N = S+I+R$

Tabel 2. Daftar Parameter

Parameter	Keterangan	Estimasi	Nilai
K	Laju Kelahiran	$\frac{S}{N}$	0.9998076849
μ	Laju kematian alami	$\frac{1}{65 \times 365}$	0.00004214963119
β	Laju penularan penyakit	$\frac{I}{N}$	0.0001289910497
γ	Laju kematian HIV/AIDS	$\frac{R}{N}$	0.00006332409600

3.3 Penentuan Titik Ekuilibrium

Titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan menyelesaikan persamaan :

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$$

Dari persamaan tersebut maka diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit yaitu $TE1 = \left(\frac{K}{\mu}, 0, 0\right)$ jika $I = 0$ dan $R = 0$. Sedangkan titik endemik adalah $TE2 \geq 0$, namun tidak dituliskan dalam artikel ini karena terlalu panjang.

3.4 Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS

[21] menyatakan kestabilan titik kesetimbangan dalam suatu sistem dinamik dapat dianalisis berdasarkan nilai eigen dari sistem linier yang dilinierisasi di sekitar titik kesetimbangan. Sehingga analisis kestabilan dilakukan dengan cara melinierkan sistem persamaan terlebih dahulu. Linierisasi diperoleh dengan menentukan turunan system, kemudian mensubstitusikan ke dalam Matriks Jacobi. Adapun sistem persamaan yang akan dilinearkan yaitu:

$$\begin{bmatrix} S \\ I \\ R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K - \beta IS - \mu S \\ \beta IS - \gamma I - \mu I \\ \gamma I \end{bmatrix} = 0$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial S} & \frac{\partial f}{\partial I} & \frac{\partial f}{\partial R} \\ \frac{\partial g}{\partial S} & \frac{\partial g}{\partial I} & \frac{\partial g}{\partial R} \\ \frac{\partial h}{\partial S} & \frac{\partial h}{\partial I} & \frac{\partial h}{\partial R} \end{bmatrix}$$

Dari persamaan maka diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut :

$$J = \begin{bmatrix} -\mu - \beta I & 0 & 0 \\ \beta I & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

Menentukan Matriks Jacobi bebas penyakit dapat dilakukan dengan mensubstitusikan titik ekuilibrium bebas penyakit ke dalam Matriks Jacobi diatas sehingga diperoleh,

$$J[E] = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mencari nilai eigen dari Matriks Jacobi yaitu sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \det[\lambda I - J(E)] &= 0 \\ \det\left(\lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\right) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}\right) &= 0 \\ \det\left(\begin{bmatrix} \mu + \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}\right) &= 0 \end{aligned}$$

Persamaan karakteristik diperoleh $(\mu + \lambda)(\lambda)(\lambda) = 0$, maka nilai eigen λ yaitu $(\mu + \lambda) = 0 \Leftrightarrow \lambda_1 = -\mu$ dan $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Karena terdapat nilai eigen yang bernilai 0, maka tidak dapat ditentukan stabil atau tidak. Sehingga perlu dilakukan analisis lebih lanjut dan simulasi untuk mempelajari respons jangka panjang terhadap gangguan kecil.

3.5 Basic reproduction number (R_0)

Misalkan A adalah turunan dari $\frac{dI}{dt}$ terhadap I sehingga diperoleh.

$$A = \beta S - (\gamma - \mu)$$

Dari penelitian yang dilakukan Diamtoro (2021) menyatakan bahwa $R_0 = MD^{-1}$. Dari persamaan diatas, misalkan $M = \beta S$ dan $D = \gamma + \mu$, maka diperoleh:

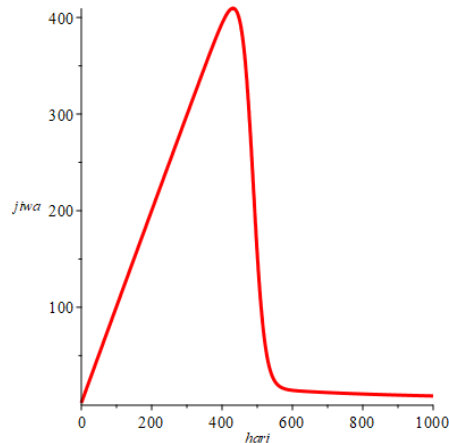
$$R_0 = \frac{\beta K}{\mu(\gamma + \mu)}$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter didapatkan $R_0 \approx 28,981$ atau $R_0 > 1$. Sesuai dengan kriteria *basic reproduction number* maka terjadi endemik atau penyakit akan mewabah yang akan ditandai dengan meningkatnya subpopulasi terinfeksi.

3.6 Simulasi Numerik

Simulasi ini dilakukan untuk melihat penyebaran penyakit HIV/AIDS di Provinsi Sumatera Utara.

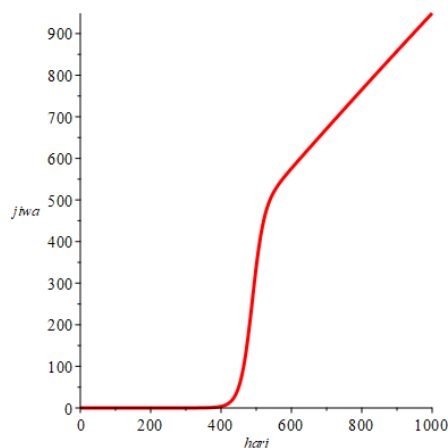
1. Model simulasi pada individu *susceptible*



Gambar 2. Plot *susceptible* model SIR pada HIV/AIDS

Pada Gambar 2 menunjukkan bahwa populasi manusia rentan yang belum terinfeksi virus sebesar 14.936.148 jiwa dan mengalami peningkatan hingga hari ke 400, kondisi ini dapat terjadi disebabkan karena adanya laju kelahiran pada subpopulasi rentan. Pada hari ke 410 individu rentan mengalami penurunan sampai hari ke 590 dan individu rentan semakin mengalami penurunan dari hari ke 590 hingga hari ke 1000, kondisi ini dapat disebabkan karena adanya individu rentan yang mengalami kematian alami dan individu rentan yang berpindah ke subpopulasi terinfeksi.

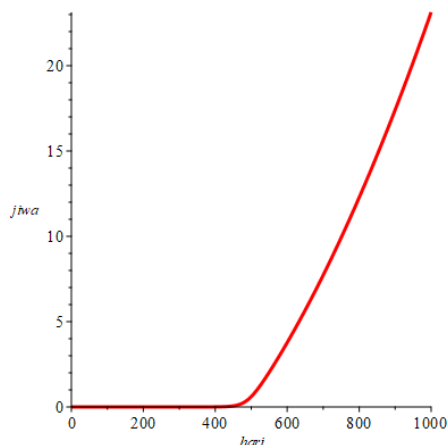
2. Model simulasi pada individu *Infected*



Gambar 3. Plot *infected* model SIR pada HIV/AIDS

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa populasi manusia terinfeksi sebesar 1.927 jiwa dan tidak mengalami perubahan yang signifikan hingga hari ke 400. Pada hari ke 410 individu terinfeksi mengalami peningkatan hingga hari ke 1000, kondisi ini dapat disebabkan karena adanya laju penularan penyakit dari individu rentan ke subpopulasi individu terinfeksi.

3. Model simulasi pada individu Removed (R)



Gambar 4. Plot *removed* model SIR pada HIV/AIDS

Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa populasi manusia yang meninggal karena HIV/AIDS sebanyak 946 jiwa dan tidak mengalami perubahan yang signifikan hingga hari ke 480. Pada hari ke 481 hingga hari ke 1000 individu yang meninggal akibat penyakit HIV/AIDS semakin meningkat, kondisi ini dapat disebabkan karena belum adanya obat yang dapat mengatasi penyakit HIV/AIDS sehingga dapat menyebabkan kematian karena penyakit tersebut meningkat.

4 Simpulan

Kesimpulan dari penelitian ini menunjukkan bahwa titik ekuilibrium endemik adalah $TE_2 \geq 0$, artinya titik ekuilibrium endemik bersifat stabil. Laju penularan adalah 0,000129/hari. Selanjutnya dengan menggunakan *Next Generation Matrix* (NGM), diperoleh nilai *basic reproduction number* (R_0) adalah 28,981. Hal ini berarti bahwa penyakit akan menjadi endemik dalam jangka waktu yang panjang

5 Daftar Pustaka

- [1] Sutimin and Imamudin, ‘Model Dinamik Penularan Human Immunodeficiency Virus (HIV)’, *J. Sains Dan Mat.*, vol. 17, no. 1, pp. 8–16, 2009.
- [2] HIV AIDS Indonesia, ‘Laporan Eksekutif Perkembangan HIV AIDS dan Penyakit Infeksi Menular Seksual (PIMS) Triwulan IV Tahun 2021’, Website Resmi HIV AIDS dan PIMS Indonesia, Jakarta, 2021.
- [3] Badan Pusat Statistik (BPS) Sumatera Utara, *Provinsi Sumatera Utara dalam Angka 2021*. Medan: BPS Sumatera Utara, 2021.
- [4] Z. A. Leleury, F. Y. Rumlawang, and A. G. Naraha, ‘Analisis Stabilitas dan Simulasi Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Tipe SIA (Susceptible, Infected, Abstained)’, *Tensor Pure Appl. Math. J.*, vol. 1, no. 1, pp. 31–40, 2020.

- [5] N. Ainiyah, 'Regresi Binomial Negatif pada Kasus HIV/AIDS di Jawa Timur Menggunakan Estimator Lokal Linier', Malang, 2020.
- [6] J. R. Allen and J. W. Curran, 'Prevention of AIDS and HIV infection: Needs and Priorities for Epidemiologic Research', *Am. J. Public Health*, vol. 78, no. 4, pp. 381–386, 1988.
- [7] M. Mukhlis, F. Saumi, and U. Nabilla, 'Analisis Penyebaran Penyakit Filariasis Menggunakan Model SEIR Di Provinsi Sumatera Utara', *J. Absis J. Pendidik. Mat. Dan Mat.*, vol. 3, no. 2, pp. 267–277, 2021.
- [8] R. U. Hurit and B. B. F. Resi, 'Penyelesaian Model SIR untuk Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Menggunakan Metode Euler dan Metode Heun', *Semin. Nas. Pendidik. Mat.*, vol. 3, no. 1, pp. 381–390, 2022.
- [9] Windarto and Eridani, 'On the Dynamic and Application of a Mathematical Model of the Spread of HIV Amongst Drug Users Who Inject', *Commun. Math. Biol. Neurosci.*, vol. 2020, no. 92, pp. 1–13, 2020.
- [10] M. Syafi'i, L. O. Sabran, and I. D. Rianjaya, 'Analisis Dinamik Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Edukasi dan Art Treatment', *MES J. Math. Educ. Sci.*, vol. 9, no. 1, pp. 31–44, 2023.
- [11] S. Sutimin, S. Sunarsih, and R. H. Tjahjana, 'Modeling CD4+ T Cells and CTL Response in HIV-1 Infection with Antiretroviral Therapy', *Commun. Biomath. Sci.*, vol. 1, no. 2, pp. 100–109, 2018.
- [12] S. Side, W. Sanusi, and N. K. Rustan, 'Model Matematika SIR Sebagai Solusi Kecanduan Penggunaan Media Sosial', *J. Math. Comput. Stat.*, vol. 3, no. 2, pp. 126–138, 2020.
- [13] Masita, Darmawati, and Fardinah, 'Pemodelan Matematika SEIR pada Penyebaran Covid-19', *J. Math. Theory Appl.*, vol. 3, no. 1, pp. 31–37, 2021.
- [14] K. T. Kristanti, T. Trisilowati, and A. Widodo, 'Analisis Dinamik pada Model Kanker Serviks dengan Vaksinasi dan Screening', *Limits J. Math. Its Appl.*, vol. 17, no. 2, pp. 157–172, 2020.
- [15] E. Meyliana, A. Kusumastuti, and J. Juhari, 'Analisis Dinamik Model Matematika Penyebaran COVID-19 Pada Populasi SEIR', *J. Ris. Mhs. Mat.*, vol. 1, no. 4, pp. 186–194, 2022.
- [16] S. H. Arsyad, R. Resmawan, and N. Achmad, 'Analisis Model Predator-Prey Leslie-Gower dengan Pemberian Racun Pada Predator', *J. Ris. Dan Apl. Mat.*, vol. 4, no. 1, pp. 1–16, 2020.

- [17] S. N. Safitri and R. Artiono, ‘Analisis Dinamik Model Ko-Infeksi Penyakit Campak dan Covid-19 dengan Memperhatikan Pemberian Vaksin’, *MATHunesa J. Ilm. Mat.*, vol. 9, no. 2, pp. 280–292, 2021.
- [18] U. Nabilla, ‘Efektivitas Pengobatan DEC Dan Doxycycline pada Transmisi Filariasis’, *Gamma-Pi J. Mat. Dan Terap.*, vol. 2, no. 1, pp. 12–17, 2020.
- [19] N. Zahwa, U. Nabilla, and N. Nurviana, ‘Model Matematika SITR pada Penyebaran Penyakit Tuberculosis di Provinsi Aceh’, *J. Pendidik. Mat. Dan Sains*, vol. 10, no. 1, pp. 8–14, 2022.
- [20] St. Halija, F. Fardinah, and Ahmad Ansar, ‘Analisis Model Matematika PLSQ Jumlah Perokok’, *J. Math. Theory Appl.*, vol. 3, no. 2, pp. 62–69, 2021.
- [21] M. Rizal and R. Artiono, ‘Analisis Dinamik Model Koinfeksi Penyakit Difteri dan Covid-19’, *MATHunesa J. Ilm. Mat.*, vol. 9, no. 2, pp. 268–279, 2021.