

Dimensi Metrik Dominasi Pada Graf *Globe* dan Graf *Pendant Globe*

Muchammad Abrori^{1*}, Atifah Rahmah², Deddy Rahmadi³

^{1,2,3}Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta

^{1,2,3}Jl. Marsda Adisucipto No. 1 Yogyakarta 55281, Indonesia

*e-mail: muchammad.abrori@uin-suka.ac.id

Diajukan: 26 Januari 2026, Diperbaiki: 14 Maret 2026, Diterima: 1 April 2026

Abstrak

Dimensi metrik dominasi merupakan kardinalitas himpunan pembeda dan himpunan dominasi yang bernilai minimum pada suatu graf. Suatu verteks dikatakan sebagai himpunan pembeda jika untuk setiap dua verteks berbeda $x, y \in V(G)$ berlaku $r(x|W) \neq r(y|W)$ dan dikatakan sebagai himpunan dominasi jika terdapat minimal satu verteks yang adjacent terhadap himpunan dominasi. Graf *Globe* (Gl_n) adalah graf yang diperoleh dari dua verteks terisolasi dihubungkan oleh n paths dengan panjang dua. Graf *Pendant Globe* ($Gl_{n,m}$) adalah graf yang diperoleh dari graf *globe* dengan menambahkan *path* sepanjang m . Penelitian ini membahas mengenai dimensi metrik dan dimensi metrik dominasi pada graf *globe* ($Gl_{n,m}$) untuk $n \geq 3$ serta dimensi metrik pada graf *pendant globe* ($Gl_{n,m}$) untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 1$. Metode dalam penelitian ini dimulai dengan konsep dimensi metrik, konsep dimensi metrik dominasi kemudian dilanjut dengan mengenal karakteristik dari graf *globe* dan graf *pendant globe*. Selanjutnya, akan dicari dimensi metrik dan dimensi metrik dominasi pada graf *globe* dan graf *pendant globe* untuk n titik.

Kata Kunci: jarak, himpunan pembeda, dimensi metrik dominasi, graf *globe*, graf *pendant globe*

Abstract

The dominating metric dimension of a graph is defined as the minimum cardinality of a set that is both a resolving set and a dominating set. A node is said to be an is a differentiating set if for every two different vertices $x, y \in V(G)$ holds $r(x|W) \neq r(y|W)$ and said to be a set of a dominant if there is at least one node adjacent to the set domination. The *Globe* (Gl_n) graph is a graph obtained from two protected vertices connected by n paths of length two. The *Pendant Globe Graph* is ($Gl_{n,m}$) is a graph obtained from a *globe* graph by adding paths along it m . This research discusses the metric dimensions and dominant metric dimension on the *globe* graph ($Gl_{n,m}$) for $n \geq 3$ as well as metric dimensions on the *pendant globe* graph ($Gl_{n,m}$) for $n \geq 3$ and $m \geq 1$. The method in this research begins with the concept of metric dimension, the concept of metric dimension then dominant continued with the introduction of the characteristics of *globe* graphs and *pendant globe* graphs. Furthermore, the metric dimension and dominance dimension will be sought in *globe* graphs and *pendant globe* graphs for n vertices.

Keywords: distance, resolving sets, dominant metric dimension, *globe* graph, *pendant globe* graph

1 Pendahuluan

Teori Graf merupakan salah satu bagian Ilmu Matematika yang membahas mengenai pengertian, jenis, dan sifat pada suatu graf. Teori Graf digunakan untuk merepresentasikan objek

diskrit dan hubungan antar objek tersebut sehingga dapat tervisualisasikan dengan jelas dan mudah untuk dipahami.

Perkembangan pada Teori Graf terjadi begitu pesat. Penggunaan Teori Graf telah diterapkan dalam bermacam ilmu pengetahuan seperti ekonomi, kimia, komputer, psikologi, genetika. Muncul juga beberapa konsep Teori Graf, salah satunya yaitu konsep dimensi metrik. Dimensi metrik diperkenalkan pertama kali oleh Slater pada tahun 1975.

[1] Misalkan G adalah graf terhubung dan sederhana dengan himpunan verteks $V(G)$ dan himpunan edge $E(G)$. Dipilih $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ adalah subhimpunan dari $V(G)$. Representasi titik v terhadap W untuk suatu $v \in V(G)$ didefinisikan sebagai k -tupel:

$$r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$$

Himpunan W disebut himpunan pembeda dari G jika untuk setiap dua verteks berbeda $x, y \in V(G)$ berlaku $r(x|W) \neq r(y|W)$. Himpunan pembeda dengan kardinalitas terkecil disebut himpunan pembeda minimum. Banyaknya elemen dari himpunan pembeda minimum di G disebut dimensi metrik dari G yang dinotasikan $\dim(G)$. Jika $\dim(G) = k$ maka G dikatakan berdimensi metrik k . Peneliti yang mengkaji mengenai topik dimensi metrik pada suatu graf, seperti dimensi metrik pada graf dual antiprisma [2], *on the metric dimension of bipartite graphs* [3], *maximum eccentricity energy of globe graph, bistar graph and some graph related to bistar graph* [4], *metric dimensions and partition dimensions of a multiple fan graph* [5], *metric dimension of some graphs under join operation* [6].

Selanjutnya, muncul suatu konsep himpunan pembeda dan himpunan dominasi, yang dikenal dengan istilah *resolving dominating set* diperkenalkan oleh Brigham [7], yaitu himpunan verteks yang memenuhi definisi himpunan dominasi sekaligus himpunan pembeda. Suatu himpunan $S \subseteq V(G)$ merupakan himpunan dominasi (*domination set*) dari G jika setiap verteks $v \in V(G)$ adalah elemen S atau verteks yang *adjacent* dengan minimal satu verteks di S . Bilangan dominasi (*domination number*) di graf G dinotasikan $\gamma(G)$ merupakan kardinalitas minimum dari himpunan dominasi (Haynes dkk., 1988).

Diberikan graf terhubung G . Himpunan bagian $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subseteq V(G)$ disebut himpunan pembeda dominasi (*resolving domination set*) jika W merupakan himpunan pembeda (*resolving set*) dan himpunan dominasi (*domination set*) graf G . Himpunan pembeda dominasi dengan kardinalitas minimal disebut *resolving domination number*. Banyaknya verteks pada *resolving domination number* disebut dimensi metrik dominasi dari graf G yang dinotasikan dengan $Ddim(G)$ [9]. Beberapa peneliti yang telah mengkaji topik dimensi metrik dominasi,

seperti on resolving domination number of *helm graphs* [10], keluarga graf buku [11], dimensi metrik dominasi pada graf hasil operasi korona [12], dan beberapa keluarga graf khusus [13] [14].

2 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi literatur yang dipadukan dengan analisis deduktif pada teori graf. Langkah-langkah penelitian dilakukan sebagai berikut. Pertama, mempelajari konsep dasar yang berkaitan dengan dimensi metrik dan dimensi metrik dominasi pada graf melalui berbagai referensi dari buku dan artikel ilmiah. Kedua, mengkaji definisi dan karakteristik dari graf globe dan graf pendant globe. Ketiga, dilakukan konstruksi graf *globe* dan graf *pendant globe* untuk n titik beserta struktur ketetanggaannya. Keempat, ditentukan kandidat himpunan pembeda dan himpunan pembeda dominasi pada graf tersebut. Kelima, dianalisis representasi metrik setiap simpul terhadap himpunan tersebut untuk memastikan bahwa setiap pasangan simpul memiliki representasi yang berbeda. Terakhir, dibuktikan kardinalitas minimum dari himpunan tersebut sehingga diperoleh dimensi metrik dan dimensi metrik dominasi dari graf globe dan graf pendant globe untuk n titik.

3 Hasil dan Pembahasan

a) Graf *Globe* (Gl_n)

Salah satu graf yang sering digunakan dalam kajian teori graf adalah graf globe. Graf ini memiliki struktur khusus yang dibentuk dari dua simpul utama yang dihubungkan oleh beberapa lintasan dengan panjang tertentu. Almoitairi [15] mendefinisikan graf globe Gl_n sebagai graf yang diperoleh dari dua verteks terisolasi yang dihubungkan oleh n lintasan (paths) dengan panjang dua. Pada konstruksi awal, kedua verteks tersebut tidak memiliki sisi yang incident sehingga disebut sebagai **verteks terisolasi**. Selanjutnya, setiap lintasan panjang dua dibentuk dengan menambahkan satu verteks perantara yang menghubungkan kedua verteks tersebut.

Misalkan graf globe Gl_n memiliki himpunan verteks

$$V(Gl_n) = \{u_1, u_2, v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

dengan u_1 dan u_2 merupakan dua verteks utama yang pada awal konstruksi merupakan verteks terisolasi, sedangkan v_1, v_2, \dots, v_n adalah verteks perantara yang membentuk lintasan antara kedua verteks tersebut.

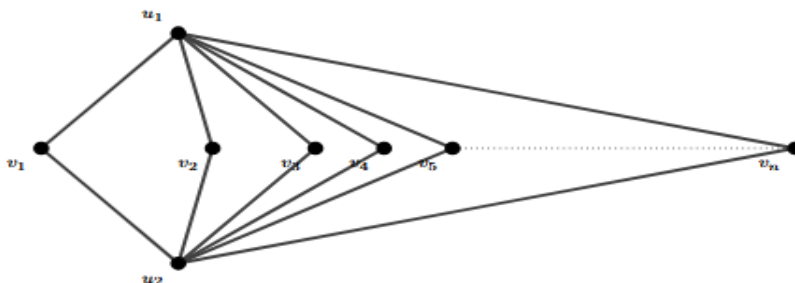
Himpunan sisi dari graf globe Gl_n didefinisikan sebagai

$$E(Gl_n) = \{u_1v_i, u_2v_i \mid i = 1, 2, \dots, n\}$$

Sehingga setiap verteks v_i membentuk lintasan dengan panjang dua yaitu

$$u_1 - v_i - u_2$$

untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$. Dengan demikian, terdapat n lintasan berbeda yang menghubungkan u_1 dan u_2 . Ilustrasi dari graf globe Gl_n dapat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf *Globe*

Teorema 1 Jika graf (Gl_n) adalah graf globe dengan $n \geq 3$ maka $\dim(Gl_n) = n$.

Bukti. Diberikan graf globe (Gl_n) dengan himpunan verteks $V(Gl_n) = \{u_1, u_2, v_1, v_2, \dots, v_n\}$.

Akan dibuktikan bahwa $\dim \geq n$ dan $\dim \leq n$.

- Pembuktian dilakukan dengan kontradiksi. Andaikan terdapat himpunan pembeda $W \subseteq V(Gl_n)$ dengan $|W| = n - 1$.

Graf Gl_n memiliki n verteks v_1, v_2, \dots, v_n yang masing-masing terhubung dengan u_1 dan u_2 dan memiliki struktur ketetanggaan yang sama. Karena $|W| = n - 1$, maka paling sedikit terdapat dua verteks v_i dan v_j dengan $i \neq j$ yang **tidak berada dalam** W . Oleh karena struktur graf simetris terhadap verteks v_i , maka jarak kedua verteks tersebut terhadap setiap verteks di W adalah sama, sehingga diperoleh

$$r(v_i | W) = r(v_j | W)$$

Akibatnya, terdapat dua verteks yang memiliki representasi metrik yang sama terhadap W , sehingga W **bukan** himpunan pembeda. Hal ini bertentangan dengan asumsi bahwa $|W| = n - 1$ adalah himpunan pembeda. Oleh karena itu diperoleh

$$\dim(Gl_n) \geq n.$$

- Ditunjukkan $\dim(Gl_n) \leq n$.

Pilih himpunan

$$W = \{u_1, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$$

dengan $|W| = n$. Representasi metrik setiap verteks terhadap W adalah sebagai berikut:

$$r(u_1 | W) = (0, 1, 1, 1, \dots, 1)$$

$$r(u_2 | W) = (2, 1, 1, 1, \dots, 1)$$

Untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n - 1$, diperoleh

$$r(v_i | W) = (1, 2, \dots, 0, \dots, 2)$$

dengan nilai 0 berada pada posisi ke- $(i+1)$ yang bersesuaian dengan verteks v_i , sedangkan entri lainnya bernilai 2 kecuali komponen pertama yang bernilai 1.

Selanjutnya,

$$r(v_n | W) = (1,2,2,2, \dots, 2)$$

Karena setiap verteks memiliki representasi metrik yang berbeda terhadap W , maka W merupakan himpunan pembeda. Dengan demikian diperoleh

$$\dim(Gl_n) \leq n$$

Teorema 2 Jika graf Gl_n adalah graf globe dengan $n \geq 3$ maka $Ddim(Gl_n) = n + 1$.

Bukti.

Graf globe Gl_n memiliki himpunan verteks $V(Gl_n) = \{u_1, u_2, v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dengan himpunan sisi $E(Gl_n) = \{u_1v_i, u_2v_i \mid i = 1, 2, \dots, n\}$.

Batas Atas

Ditunjukkan bahwa $Ddim(Gl_n) \leq n + 1$. Dipilih himpunan $W = \{u_1, u_2, v_1, v_2, \dots, v_{n-2}\}$ dengan $|W| = n + 1$. Representasi metrik verteks terhadap W adalah:

$$r(u_1 | W) = (0, 2, 1, 1, \dots, 1)$$

$$r(u_2 | W) = (2, 0, 1, 1, \dots, 1)$$

Untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n - 2$,

$$r(v_i | W) = (1, 1, 2, \dots, 0, \dots, 2)$$

dengan nilai 0 pada posisi yang bersesuaian dengan v_i . Selanjutnya diperoleh

$$r(v_{n-1} | W) = (1, 1, 2, 2, \dots, 2)$$

$$r(v_n | W) = (1, 1, 2, 2, \dots, 2).$$

Oleh karena setiap verteks dalam graf memiliki representasi metrik yang berbeda terhadap W , maka W merupakan *resolving set*. Selain itu, setiap verteks dalam $V(Gl_n) \setminus W$ adjacent dengan u_1 atau u_2 , sehingga W juga merupakan *dominating set*.

Dengan demikian W adalah *resolving dominating set*, sehingga

$$Ddim(Gl_n) \leq n + 1$$

Batas Bawah

Ditunjukkan bahwa

$$Ddim(Gl_n) \geq n + 1$$

Misalkan terdapat resolving dominating set $S \subseteq V(Gl_n)$ dengan $|S| \leq n$. Oleh karena terdapat n verteks v_1, v_2, \dots, v_n yang memiliki struktur ketetanggaan yang identik, maka jika $|S| \leq n$ terdapat paling sedikit dua verteks v_i dan v_j yang tidak berada dalam S .

Akibatnya kedua verteks tersebut memiliki representasi metrik yang sama terhadap S , sehingga S bukan resolving set. Selain itu, jika salah satu dari u_1 atau u_2 tidak berada dalam S , maka terdapat verteks yang tidak terdominasi oleh S . Hal ini bertentangan dengan asumsi bahwa S adalah *resolving dominating set*. Dengan demikian diperoleh $Ddim(Gl_n) \geq n + 1$. Oleh karena $Ddim(Gl_n) \leq n + 1$ dan $Ddim(Gl_n) \geq n + 1$, maka diperoleh $Ddim(Gl_n) = n + 1$.

b) Graf *Pendant Globe* ($Gl_{n,m}$)

Selain graf globe, pengembangan struktur graf dapat dilakukan dengan menambahkan lintasan pada salah satu verteks sehingga membentuk graf baru yang disebut **graf pendant globe**. Graf ini merupakan modifikasi dari graf globe dengan menambahkan sebuah lintasan (path) pada salah satu verteksnya.

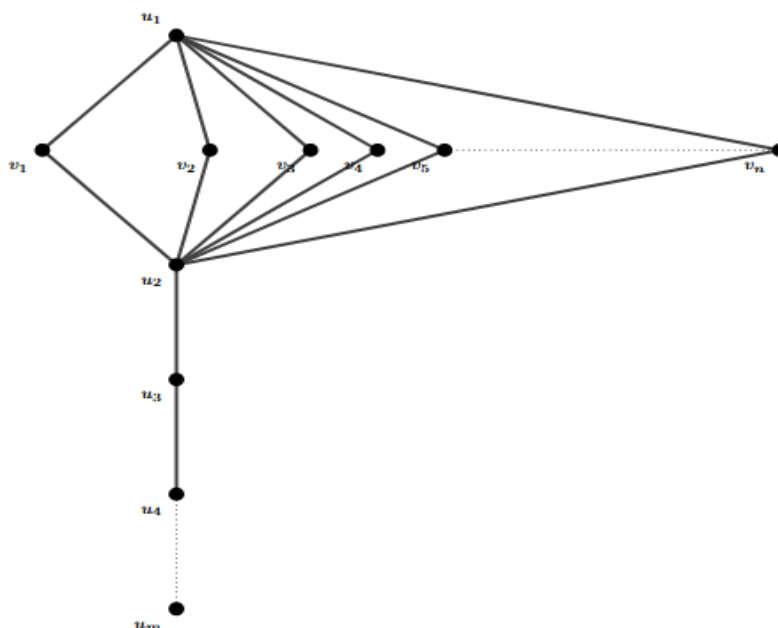
Graf Pendant Globe $Gl_{(n,m)}$ didefinisikan sebagai graf yang diperoleh dari graf globe dengan menambahkan sebuah lintasan sepanjang m .

Misalkan graf Pendant Globe $Gl_{(n,m)}$ memiliki himpunan verteks

$$V(Gl_{(n,m)}) = \{u_1, u_2, u_3, u_4, \dots, u_m, v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

di mana u_1 dan u_2 merupakan verteks utama dari graf globe, v_1, v_2, \dots, v_n adalah verteks perantara yang membentuk lintasan antara u_1 dan u_2 , sedangkan u_3, u_4, \dots, u_m merupakan verteks yang membentuk lintasan tambahan (pendant path).

Ilustrasi dari graf Pendant Globe $Gl_{(n,m)}$ dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf *Pendant Globe*

Lemma 1.

Misalkan G adalah graf terhubung dan $u, v \in V(G)$ dengan

$$N(u) = N(v)$$

(mempunyai lingkungan ketetanggaan yang sama). Jika W adalah resolving set dari G , maka paling sedikit salah satu dari u atau v harus berada dalam W .

Bukti.

Andaikan $u \notin W$ dan $v \notin W$. Karena $N(u) = N(v)$, maka untuk setiap $w \in W$ berlaku

$$d(u, w) = d(v, w).$$

Akibatnya

$$r(u | W) = r(v | W).$$

Hal ini bertentangan dengan definisi resolving set yang mengharuskan setiap verteks memiliki representasi metrik berbeda terhadap W . Jadi paling sedikit salah satu dari u atau v harus berada dalam W . ■

Teorema 3 Jika graf $Gl_{n,m}$ adalah graf pendant globe dengan $n \geq 3$ dan $m \geq 1$ maka

$$\dim(Gl_{n,m}) = n$$

Bukti

Graf pendant globe $Gl_{(n,m)}$ memiliki himpunan verteks

$$V(Gl_{(n,m)}) = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_m, v_1, v_2, \dots, v_n\}.$$

Setiap verteks v_i adjacent dengan u_1 dan u_2 , sedangkan u_1, u_2, \dots, u_m membentuk lintasan.

Pembuktian dilakukan dengan menunjukkan batas bawah dan batas atas.

Batas bawah

Ditunjukkan bahwa $\dim(Gl_{(n,m)}) \geq n$. Diperhatikan bahwa verteks v_1, v_2, \dots, v_n memiliki lingkungan ketetanggaan yang sama, yaitu $N(v_i) = \{u_1, u_2\}$, $i = 1, 2, \dots, n$. Berdasarkan Lemma 1, jika terdapat dua verteks v_i dan v_j yang tidak berada dalam resolving set W , maka $r(v_i | W) = r(v_j | W)$.

Agar setiap verteks v_i memiliki representasi metrik berbeda, maka resolving set harus memuat paling sedikit $n - 1$ verteks dari himpunan $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Selain itu diperlukan satu verteks dari lintasan u_1, u_2, \dots, u_m untuk membedakan verteks-verteks pada lintasan tersebut. Dengan demikian $|W| \geq n$. Sehingga diperoleh $\dim(Gl_{(n,m)}) \geq n$.

Batas atas

Akan ditunjukkan bahwa $\dim(Gl_{(n,m)}) \leq n$. Dipilih $W = \{u_1, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$ dengan $|W| = n$.

Representasi metrik terhadap W adalah sebagai berikut.

Untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n - 1$,

$$r(v_i | W) = (1, 2, \dots, 0, \dots, 2)$$

dengan nilai 0 pada koordinat yang bersesuaian dengan v_i . Selanjutnya

$$r(v_n | W) = (1, 2, 2, \dots, 2).$$

Sementara itu verteks pada lintasan memiliki jarak berbeda terhadap u_1 . Untuk setiap $k = 1, 2, \dots, m, r(u_k | W) = (k - 1, k + 1, k + 1, \dots, k + 1)$. Oleh karena setiap verteks memiliki representasi metrik yang berbeda terhadap W , maka W merupakan resolving set. Dengan demikian $\dim(Gl_{(n,m)}) \leq n$.

Oleh karena $\dim(Gl_{(n,m)}) \geq n$ dan $\dim(Gl_{(n,m)}) \leq n$ maka diperoleh $\dim(Gl_{(n,m)}) = n$. ■

Struktur graf pendant globe menunjukkan bahwa verteks v_1, v_2, \dots, v_n memiliki lingkungan ketetanggaan yang sama yaitu $\{u_1, u_2\}$. Oleh karena itu, paling sedikit $n - 1$ verteks dari himpunan tersebut harus berada dalam himpunan pembeda. Selain itu, untuk memenuhi sifat dominasi diperlukan verteks tambahan dari lintasan yang menempel pada graf globe. Berdasarkan pengamatan awal, diperoleh dugaan bahwa kardinalitas minimum *resolving domination set* adalah $n + 1$.

Konjektur 1.

Misalkan $Gl_{(n,m)}$ adalah graf pendant globe dengan $n \geq 3$ dan $m \geq 1$. Diduga bahwa

$$Ddim(Gl_{(n,m)}) = n + 1$$

di mana $Ddim(G)$ menyatakan **dimensi metrik dominasi** dari graf G .

4 Simpulan

Dimensi metrik pada Graf *Globe*: Jika graf (Gl_n) adalah Graf *Globe* dengan $n \geq 3$ maka $\dim(Gl_n) = n$. Sedangkan dimensi metrik dominasi pada Graf *Globe*: Jika graf (Gl_n) adalah graf *globe* dengan $n \geq 3$ maka $Ddim(Gl_{n,m}) = n + 1$.

Dimensi metrik pada Graf *Pendant Globe*: Jika graf $(Gl_{n,m})$ adalah graf *pendant globe* dengan $n \geq 3$ dan $m \geq 1$ maka $\dim(Gl_{n,m}) = n$.

5 DAFTAR PUSTAKA

- [1] G. Chartrand, L. Eroh, M. A. Johnson, dan O. R. Oellermann, "Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph," 2000.
- [2] F. FITRIANI dan S. CAHYANINGTIAS, "GRAF DUAL ANTIPRISMA DAN DIMENSI METRIKNYA," *E-Jurnal Matematika*, vol. 10, no. 1, hlm. 6, Jan 2021, doi: 10.24843/mtk.2021.v10.i01.p313.

-
- [3] M. Anandha Jothi dan K. Sankar, "On the metric dimension of bipartite graphs," *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, vol. 20, no. 3, hlm. 287–290, 2023, doi: 10.1080/09728600.2023.2223248.
- [4] S. S. Khunti, M. A. Chaurasiya, dan M. P. Rupani, "Maximum eccentricity energy of globe graph, bistar graph and some graph related to bistar graph," *Malaya Journal of Matematik*, vol. 8, no. 4, hlm. 1521–1526, 2020, doi: 10.26637/mjm0804/0032.
- [5] R. Silalahi dan Mulyono, "Metric Dimensions and Partition Dimensions of a Multiple Fan Graph," *Formosa Journal of Science and Technology*, vol. 2, no. 1, hlm. 81–88, Jan 2023, doi: 10.55927/fjst.v2i1.2759.
- [6] B. S. Rawat dan P. Pradhan, "Metric Dimension of Some Graphs under Join Operation," 2017. [Daring]. Tersedia pada: <http://www.ripublication.com>
- [7] R. C. Brigham, G. Chartrand, R. D. Dutton, dan P. Zhang, "Resolving domination in graphs," *Mathematica Bohemica*, vol. 128, no. 1, hlm. 25–36, 2003, doi: 10.21136/mb.2003.133935.
- [8] T. W. Haynes, S. T. Hedetniemi, dan P. J. Slater, *FUNDAMENTALS OF DOMINATION IN GRAPHS*. New York: MARCEL DEKKER, 1988.
- [9] L. Susilowati, I. Sa'adah, R. Z. Fauziyyah, A. Erfanian, dan Slamin, "The dominant metric dimension of graphs," *Heliyon*, vol. 6, no. 3, Mar 2020, doi: 10.1016/j.heliyon.2020.e03633.
- [10] A. N. Hayyu, D. Dafik, I. M. Tirta, R. Adawiyah, dan R. M. Prihandini, "Resolving domination number of helm graph and it's operation," dalam *Journal of Physics: Conference Series*, Institute of Physics Publishing, Mar 2020. doi: 10.1088/1742-6596/1465/1/012022.
- [11] Q. A. Fuidah, D. Dafik, dan E. R. Albirri, "Resolving Domination Number pada Keluarga Graf Buku," *CGANT JOURNAL OF MATHEMATICS AND APPLICATIONS*, vol. 1, no. 2, Des 2020, doi: 10.25037/cgantjma.v1i2.44.
- [12] R. P. Adirasari, H. Suprajitno, dan L. Susilowati, "The dominant metric dimension of corona product graphs," *Baghdad Science Journal*, vol. 18, no. 2, hlm. 349–356, 2021, doi: 10.21123/BSJ.2021.18.2.0349.
- [13] Y. Wangguway, Slamin, D. Dafik, D. A. R. Wardani, dan R. Alfarisi, "On resolving domination number of special family of graphs," dalam *Journal of Physics: Conference Series*, Institute of Physics Publishing, Mar 2020. doi: 10.1088/1742-6596/1465/1/012015.
- [14] N. Ali, M. Qousini, M. Tariq, S. Riaz, M. I. Qureshi, dan H. M. A. Siddiqui, "Computing Dominating Number and Dominant Metric Dimension for Zero Divisor Graphs of Order at most 10 of Small Finite Commutative Rings," *Boletim da Sociedade Paranaense de Matematica*, vol. 43, Jan 2025, doi: 10.5269/bspm.76442.
- [15] S. Almotairi, O. Alharbi, Z. Alzaid, B. Almutairi, dan B. Mohamed, "The Secure Metric Dimension of the Globe Graph and the Flag Graph," *Advances in Operations Research*, vol. 2024, 2024, doi: 10.1155/2024/3084976.